

Una mente bella

Por Antonio Córdoba

Antonio Córdoba (Murcia, 1949) es matemático. Ha publicado artículos de investigación en *Análisis Armónico*, *Teoría de los Números*, *Ecuaciones Diferenciales* y *Física Matemática*. Doctor por la Universidad de Chicago y catedrático de la Universidad Autónoma de Madrid, ha sido profesor de la Universidad de Princeton y miembro del *Institute for Advanced Study*. Fundó la revista *Matemática Ibero-americana*.

Así han titulado la biografía del matemático John Forbes Nash, premio Nobel de Economía del año 1994 y caso notable de recuperación, después de haber sufrido durante más de treinta años una enfermedad mental grave. Leí el libro poco tiempo después de su aparición, durante el transcurso de un viaje entre Chicago y Madrid. La historia me era familiar desde mi etapa de profesor de la Universidad de Princeton durante la década de los setenta. También me encontraba allí disfrutando de un año sabático cuando Nash recibió el premio Nobel. Por sus páginas aparecen muchos personajes a quienes conozco, incluidos algunos buenos amigos comunes con el biografiado, como es el caso de Felix Browder y Harold Kuhn. No obstante su lectura me fascinó desde el principio y me mantuvo despierto durante el largo viaje nocturno. Espero poder hilarvanar, junto a los juicios que el libro me sugiere, algunos comentarios propios de quien ha sido testigo de una parte de tan peculiar biografía.

Creo que la razonable política de «SABER/Leer» de incluir sólo libros de publicación reciente, merece ser obviada en esta ocasión, aunque el que nos ocupa no tenga más de dos años, por cuanto ha sido traducido hace poco al castellano y acaba de distribuirse una película cuyo guión está inspirado en su texto. Dirigida por Ron Howard e interpretada por el actor Russell Crowe en el papel de J. Nash, parece gozar de un cierto éxito popular. Todos conocemos el chascarrillo de quien no ha leído el libro porque espera ver la película. Pues bien, háyase o no gozado de esa visión, la lectura del libro que comentamos es muy recomendable, especialmente para quienes estén interesados en los entresijos de la creación, ya sea científica, artística o literaria.

El título, una mente bella (prodigiosa en la versión castellana), puede resultar paradójico estando asociado a un caso de esquizofrenia paranoica, según la terminología de los especialistas que lo trataron. Con todos los síntomas asociados y que son fielmente narrados en el libro: dificultad para relacionarse con los demás, alucinaciones, distancia y frialdad con sus allegados. Incluidas las pocas personas que, como es el caso de la esposa, auténtica heroína de esta historia, le cuidaron en los momentos más duros de la enfermedad.

Existen tantos lugares comunes y estereotipos en torno a los matemáticos, que uno no puede dejar de sentir ciertos escrúpulos al comentar la biografía de J. Nash, cuya enfermedad, lamentablemente, parece tener origen genético. Y decimos lamentablemente porque ha sido transmitida a uno de sus dos hijos. Empero, que el ambiente de alta competición que se describe de Princeton y del M.I.T., que son las dos instituciones académicas donde mayormente tiene lugar la acción, haya acelerado o no el desarrollo de la enfermedad, es algo que no puede afirmarse. Lo que sí parece claro es que cuando logró salir de los centros psiquiátricos donde fue sometido a tratamientos de insulina y a electrochoques, y logró establecerse en Princeton, viviendo como un fantasma, según se describe acertadamente en el libro, entre Fine Hall (departamento de Matemáticas de la universidad) y Fuld Hall (Institute for Advanced Study), el ambiente universitario fue un bálsamo que propició la



JUAN RAMÓN ALONSO

lenta recuperación de una mente científica de primera magnitud.

Pero dejemos a los psiquiatras que se maravillen con una curación tan extraordinaria y obviemos otros aspectos de los «dramatis personae» que harían las delicias de cualquier aficionado a los folletines: una relación amorosa que no desembocó en boda, pero de la que hubo un hijo no reconocido por él durante muchos años; una cierta inclinación homosexual, al parecer no correspondida, dirigida casi siempre hacia algunos brillantes matemáticos más jóvenes que el protagonista; y un matrimonio con una espléndida mujer, Alicia Larde Nash, salvadoreña, licenciada en Física y con la que tuvo el hijo que ha heredado tan devastadora enfermedad.

Tres grandes teoremas

John Nash obtuvo el reconocimiento de la comunidad científica antes de cumplir los treinta años por tres trabajos extraordinarios. El primero, que le ha valido el premio Nobel de Economía, fue su tesis doctoral. En él introdujo el concepto de equilibrio (juego llamado de Nash) en la teoría de los juegos, que se ha convertido en un pilar básico en la formulación matemática de los modelos económicos. El segundo es un resultado fundamental en geometría: la inmersión isométrica de cualquier variedad riemanniana en un espacio euclídeo de dimensión suficientemente grande. El tercero es el teorema sobre la suavidad de las soluciones de ecuaciones en derivadas parciales (parabólicas o elípticas), auténtica piedra de Rosetta del Análisis no lineal.

La teoría de los juegos recibe justamente su nombre por tratar de naipes y otros juegos de mesa, pero también de la guerra y de los mercados económicos. John von Neumann, con su método del minimax, demostró la existencia de una estrategia óptima. Pero sólo para el caso de juegos de suma cero, donde lo que un jugador gana el otro lo pierde; y con información perfecta, es decir, cuando cada jugador conoce todos los resultados posibles que están clasificados en una escala de preferencias. Habiéndose además analizado inteligentemente las alianzas y fórmulas cooperativas disponibles antes de comenzar la partida.

Sin embargo, para la mayoría de las aplicaciones, las condiciones de la teoría de von Neumann resultan ser poco realistas. Pensemos, por ejemplo, en «el juego» que consiste en decidir si declaramos o no la guerra a una nación enemiga o si, tratándose de un banco, llevamos adelante una «opa» hostil para ab-

sorber a otra entidad financiera. No parece demasiado coherente pensar que las pérdidas del adversario se conviertan, necesariamente, en ganancias propias.

En su tesis doctoral, realizada a los veintidós años y publicada en la revista de la Academia de Ciencias de Estados Unidos, Nash encontró una ingeniosa y elegante demostración de la existencia de una solución de equilibrio para juegos de varias personas, sin la condición de suma cero ni hipótesis cooperativa alguna. Abrió nuevos caminos que le han valido un premio Nobel cuarenta y cinco años más tarde. Pero, importante e innovador como es sin duda este resultado, creo que palidece al lado de los otros dos.

Las superficies aparecen en la naturaleza por doquier dentro de «nuestro» espacio euclídeo tridimensional. También el arte ha explotado la belleza de sus formas. Un mapa local, o una carta, es una representación plana de un trozo de superficie. Pegando juntos muchos mapas locales podemos reconstruir la superficie de partida. Aunque eso puede hacerse de maneras distintas, como bien han mostrado los cubistas. En Matemáticas existe la importante noción de variedad diferenciable que las generaliza al caso de otras dimensiones. En una variedad es importante disponer de una métrica o vara de medir longitudes y un goniómetro para los ángulos. Esa estructura fue introducida por B. Riemann hacia mediados del siglo XIX y representó un hito en el desarrollo conceptual de la geometría. En las variedades riemannianas se puede estudiar la variación de funciones (magnitudes) y calcular ángulos, distancias, áreas y volúmenes. El análisis de las propiedades y la clasificación de estas estructuras son objetivos centrales para los geométricos: ¿cuáles son las geometrías posibles del universo? Cuando una variedad la encontramos inmersa en un espacio euclídeo (de cualquier dimensión) podemos asignarle una métrica inducida por la del espacio ambiente. Una pregunta fundamental que se había venido haciendo desde el siglo XIX era la siguiente: ¿es posible meter (inmersión regular) una variedad riemanniana arbitraria en un espacio euclídeo, de manera que la métrica inducida por éste sobre la variedad coincida con la de partida? Considerado un problema extremadamente difícil durante mucho tiempo, fue resuelto por Nash en un trabajo genial. La respuesta es afirmativa. La demostración está basada en el ahora llamado teorema de la función implícita de Nash y representó un salto cualitativo importante sobre los métodos y modos de pensar anteriores.

Los orígenes de la revolución científica

están en el desarrollo del cálculo diferencial que, desde un principio, fue un instrumento poderoso para describir las leyes de la naturaleza. Siguiendo el camino trazado antes por Newton, los matemáticos de la Ilustración, entre ellos Euler y Lagrange, obtuvieron las leyes de la mecánica en forma de ecuaciones diferenciales. Las cantidades relevantes (por ejemplo la velocidad de una partícula de fluido, la temperatura de una barra metálica, o la posición de una cuerda que vibra) son funciones del espacio y del tiempo. Las leyes fundamentales, tales como la conservación de la energía, de la masa y del momento cinético, se expresan a modo de relaciones entre las distintas *ratios*, o derivadas parciales, de la cantidad considerada respecto al espacio y el tiempo.

En Matemáticas estas relaciones se llaman ecuaciones en derivadas parciales y, durante muchos siglos, ha sido un importante objeto del deseo desarrollar una teoría para resolverlas y entender las propiedades de sus soluciones. En el caso de las ecuaciones lineales se verifica el principio de superposición: a partir de unas soluciones conocidas podemos generar muchas más, combinándolas por medio de sumas y productos por números o escalares. El análisis armónico es un método poderoso, basado en ese principio que ha servido para entender y hacer predicciones correctas en muchas teorías relevantes. Pero hay otras ecuaciones no menos importantes, cuyo carácter «no lineal» impide tratarlas con esos métodos. La mayoría de los modelos matemáticos de la naturaleza requieren las soluciones de tales ecuaciones no lineales. Un ejemplo notable es la ecuación de las superficies mínimas que aparece en el análisis de las transiciones de fase y también modela, por ejemplo, a las películas obtenidas al sacar un alambre después de haberlo sumergido en una solución jabonosa. Entre todas las superficies que se agarran al alambre, el jabón escoge a la que minimiza el área.

J. Nash demostró la regularidad de las soluciones de estas ecuaciones (parabólicas o elípticas), de forma muy ingeniosa y con ideas que estaban muy lejos de los procedimientos habituales en el área. La gloria la compartió con un matemático italiano, Ennio di Giorgi, quien consiguió otra prueba algo distinta, de manera independiente y casi al mismo tiempo. Los métodos introducidos por ambos, Di Giorgi y Nash, forjaron la llave que nos permitió abrir la puerta del Análisis No Lineal. Y en eso andamos todavía.

Demostrar la verdad con belleza

Los teoremas de John Nash son auténticos hitos del pensamiento del siglo XX. Tienen todos los ingredientes de dificultad, sorpresa, profundidad y sutileza en el engarce de las ideas, que son inherentes a toda construcción matemática genuina. Participan de esa belleza lejana que exige algún esfuerzo a quien desee apreciarla. Y de naturaleza tan elusiva como bien acertan a describir los versos de Juan Ramón Jiménez:

*Mariposa de luz
La belleza se va cuando yo llego a su rosa
La medio cojo aquí y allá
Al final solo queda el cenizo de su huida.*

Atisbar la perfección y la belleza matemática es un auténtico triunfo de la inteligencia humana. Pero ansiar alcanzarla puede devenir en una aventura tan fascinante como peligrosa. Porque en Matemáticas lo difícil es lo único que cuenta. Y el creador auténtico se caracteriza por su decidido empeño en evitar las



Viene de la página anterior



repeticiones y huir de los caminos más concurridos. Difícilmente logramos demostrar todo lo que nuestra intuición cree haber visto cuando miramos más allá de la frontera de lo conocido. Quizá las mentes menos exigentes sean felices con las mil pequeñas variaciones de temas trillados, y consigan cierta satisfacción engordando una lista de publicaciones que incluya, como suele decirse, a revistas de cierto prestigio. Pero un genuino creador casi nunca está plenamente satisfecho con lo obtenido. A veces parece que solo importa verdaderamente lo que no se ha logrado, lo que no se ha podido demostrar. De manera que cuando miramos a la propia obra, siempre tendemos a destacar todo aquello que no hemos podido añadirle.

Aunque la juventud sea un defecto que se corrige con el tiempo, como bien sabía Jardiel Poncela, suele afirmarse que las matemáticas son un oficio de jóvenes. Y que es durante la edad de la arrogancia, entre los veinte y los treinta y pocos años, cuando la mente humana alcanza su máximo poder de invención. Después viene el declive, y pasados los cincuenta quedan ya pocas esperanzas de originalidad. Es la opinión melancólica de G. Hardy que siempre podremos matizar con espléndidos contraejemplos. Empero, algo de cierto creo que hay detrás de esa amargura: enorme la cantidad de energía mental que es menester concentrar en la investigación matemática; muchas las astucias de la razón precisadas para rodear las dificultades y derrotar a los enemigos de nuestras estrategias más directas, para conseguir ese ϵ de más con el cual todo es diáfano y sin cuya colaboración nuestras construcciones se vienen lamentablemente abajo. Sólo quienes hayan estado cerca del mismo descubrimiento podrán distinguir en un teorema lo que ha sido creado como un relámpago y aquello que ha sido el producto de un trabajo sistemático y minucioso.

Después de un tiempo que puede resultar más o menos largo, a veces incluso de años, de perseguir un problema. Cuando uno se siente próximo a desvelar la verdad y todo parece converger. Cuando las ideas se engarzan en cadenas perfectas que nos llevan hacia la montaña desde la que esperamos contemplar el bello paisaje de nuestra teoría. ¡Qué locura! En esos momentos todo buen matemático se convierte en un ser un tanto autista. Pasarán a un segundo plano el mundo y sus valores, la seguridad, la amistad, incluso la familia, con tal de obtener el teorema. Pero conseguirlo es elevarse del suelo, vencer a los sentidos y conseguir la sonrisa de la más hermosa. Es un viaje que siempre se querrá repetir.

Aunque en un mismo artista pueden darse en proporciones diversas, existen dos tipos claramente diferenciados: el de quien resuelve problemas difíciles y el creador de nuevas teorías. La trayectoria de Nash le señala indudablemente como miembro de la primera categoría. No obstante, lo normal es que sea el empeño en encontrar la solución de problemas concretos el que nos lleve a ampliar la libertad y potencia de cálculo, introducir ideas, conceptos y métodos de demostración que darán lugar a nuevas teorías. Eso ha ocurrido especialmente en el caso que nos ocupa, con ideas tan alejadas de las que eran habituales entre los expertos que fueron calificadas de revolucionarias, dignas de un auténtico genio, de una mente bella. El libro que comentamos recoge testimonios fehacientes de un nutrido elenco de excelentes profesionales, que atestiguan esa excepcional cualidad innovadora de las construcciones de Nash.

Pero también describe los rasgos de una personalidad arrogante, gárrula y competitiva. Que trataba de asegurarse siempre de que el problema a resolver estuviera suficientemente valorado, de manera que la solución reportara beneficios en prestigio, premios y reconocimiento. Al parecer, Nash encontraba esti-



El matemático John Nash (derecha) recibe el Premio Nobel de Economía 1994.

mulantes los desafíos no exentos de bravatas. Después de haber obtenido su gran teorema sobre la inmersión isométrica, comenzó su conferencia en la Universidad de Chicago con esta frase: «resolví este problema por una apuesta». Y era cierto, como también lo era que a Nash le gustaba pensar en su problema ignorando lo que otros matemáticos anteriores hubieran obtenido. Comenzando desde cero, sin dejarse influir por los resultados previos. Y volviendo a descubrir a menudo, por sí mismo, lo que otros habían obtenido antes. Pero casi siempre añadiendo un punto de vista nuevo, un nuevo detalle en el paisaje, que le permitía seguir avanzando donde anteriores exploradores encontraron una barrera infranqueable.

Si no fuese por sus largos y penosos años de enfermedad, podríamos juzgar de patético el que un creador capaz de concebir ideas y métodos revolucionarios, de hacer avanzar la ciencia y resolver algunos de sus enigmas más difíciles, mostrase disgusto por no haber ganado la Putnam Mathematical Competition (una especie de olimpiada matemática para alumnos de la licenciatura). O que llevara a cabo diversas maniobras de carácter dudoso, respecto a la publicación de su artículo sobre las ecuaciones parabólicas, con objeto de conseguir el premio Bócher de la American Mathematical Society. En fin, si hacemos abstracción de las duras peripecias vitales del propio Nash, algo de ese ambiente de competición, tan acertadamente descrito en la biografía que nos ocupa, sí que puede ser detectado en el mundo de las matemáticas. Pero también se encuentran dosis elevadas de todo lo contrario. Un mundo en el que todavía se mantiene un nivel alto de exigencia acerca de lo que un resultado debe poseer para que merezca ser publicado. Donde los firmantes de un artículo son realmente coautores y las tesis doctorales son, en la mayoría de los casos, trabajos realmente dirigidos y ayudados por el director, pero publicados solo por los alumnos autores. Y donde, en general, resulta difícil encontrar comportamientos tan siniestros como los que a veces se estilan en otros nichos ecológicos no demasiado alejados de las Matemáticas.

mann, es algo que posiblemente nunca sabremos. Porque esos momentos se entremezclan con los del grave deterioro de su mente. Pero, incluso en esos meses tan dramáticos, había escogido bien su objetivo: ¿dónde estarán los ceros de la función zeta? Sigue siendo la cumbre más ansiada, como tratan de expresar los melancólicos versos de alguien que, acaso alguna vez, soñó con su escalada:

Durante años persiguió el problema sumando al esfuerzo la constancia. Conjetura que ansiaba hacer teorema, quimeras en la edad de la arrogancia.

A veces creyó hecho el trabajo, mas siempre encontraba un agujero. Y todo el edificio boca abajo por falta de engarzar un simple cero.

Pero pronto su mente ya aprendía la lección de derrota tan pesada. Y lo intenta otra vez con mas porfia.

Sueña ceros linealmente dispuestos. ¡Qué prueba tan perfecta, qué alegría! ¡Qué control de los primos y compuestos!

En las declaraciones que John Nash ha realizado después de obtener el Nobel, tan sólo encontramos una concesión a la nostalgia: cuando imagina todos los teoremas que esos treinta años de dura enfermedad mental le habrán impedido descubrir.

Un trabajo bien hecho

El libro está muy bien escrito y su lectura engancha (sólo he encontrado una objeción: la somera y poco afortunada descripción que se hace de Ennio di Giorgi). Consta de cinco partes: una mente bella; vidas separadas; un fuego que se quema lentamente; los años perdidos; lo más valioso. En total suman más de cuatrocientas cuarenta páginas, incluyendo notas y bibliografía.

No extraña que haya sido galardonado por la crítica. Su autora, Sylvia Nasar, es periodista del *New York Times* y pasó un año en Princeton, y varios meses en el M.I.T. en Boston, dedicada a recoger datos y entrevistar a quienes pudieran aportarlos.

La lista de los matemáticos consultados impresiona. He aquí algunos nombres: J. Milnor, P. Cohen, E. Stein, J. Moser, L. Carleson, L. Nirenberg, H. Kuhn, P. Lax, L. Hörmander, A. Borel, J. Kohn.

Me han informado de que el propio biografiado considera que la obra es una narración adecuada de los hechos de su vida. En cuanto a la película, se trata obviamente de otro asunto y, por mi parte, no tengo nada interesante que decir. Quizá lo mejor sea resaltar el comentario que de ella hizo el propio Nash: «La película trata de un personaje a quien le han ocurrido ciertas cosas que son similares a las que me han ocurrido a mí. Pero no es una película sobre mí». □

RESUMEN

La biografía del matemático y Premio Nobel de Economía en 1994, John Forbes Nash, introductor del concepto de equilibrio en la teoría de los juegos y cuyos teoremas son auténticos hitos del pensamiento del siglo XX, y de la que es autora Sylvia Nasar, le sirve de excusa a Antonio Córdoba para introducir-

nos en los entresijos de la creación, ya sea científica, artística o literaria y, en definitiva, en este personaje tan peculiar, enfermo de esquizofrenia paranoica de posible origen genético y de personalidad arrogante y competitiva, con ideas dignas de un auténtico genio, de una mente privilegiada.

Sylvia Nasar

Una mente prodigiosa

Mondadori Grijalbo, Barcelona, 2002. 599 páginas. 21,03 euros. ISBN: 84-397-0894-7